まえがき

この「まえがき」は主に数学者向けに書かれたものですが，学生が読んでも面白いかもしれません．ここでは，この本と他の解析のテキストとの違いについて述べ，その理由を説明します．

この本は，他の解析の本とはちょっと変わっています．標準的な内容の教科書ではなく，大学に入る前，あるいは解析の授業を受け始める前に読むように書かれています．大事なことなのでもう一度言いますが，**読む**ための本なのです．もちろん小説を読むのとは勝手が違うでしょうが，かなりのスピードで読めるでしょう．学部生が自分で学べるようになってもらうための本には，それが大事だと思うのです．学生たちは読むことによって数学を学ぶことに慣れていない場合が多く，また多くの学生は有効な読み方ができていないという研究結果もあります．この本は，注意深く自信をもって読めるようになるための本です．学生たちを新しい定義と議論の深い森の中で置き去りにするようなことはありません．

しかしこの本は，厳密さを犠牲にしているわけではありません．解析の中心的な概念も真剣に議論しますが，それを始めるのは学生の準備ができてからです．まず学生たちの既存の理解を確認し，理解が限られていそうな分野を指摘し，よくある誤解を正し，それから定式的な定義や定理に直観的なアイディアが数学的に洗練された形でとらえられていることを説明します．このような話の進め方は，自然で親しみやすいスタイルを目指したものですが，同時に学部課程にふさわしい厳密な思考を促します．

このようなねらいのため，この本は他のテキストとは違った構造となっています．第 I 部に含まれるのは，解析の中身ではなく構造について述べた，4 つの章です．首尾一貫した数学理論とはどういうものなのか，またそれを理解す

るには何が必要なのかを説明します．ここではいくつかの記法を導入しますが，「準備」の章は特に設けていません．その代わり，記法や定義は最初に必要となったところで導入されます．つまり，テキストのあちこちに散らばっているわけです(ただし，短い記号のリストを本文の前の xiii ページに掲載してあります)．そのため，この本を復習のために読む人は通常よりも多く索引を使う必要があるかもしれませんが，この話題に新しい読者をスムーズに引き込むためには十分に引き合う代償だと私は思っています．

最後の違いは，すべての内容が同じ深さでカバーされているわけではない，ということです．第 II 部の 6 つの章では，論理的に難しく学生たちが苦労することで知られている点を中心に，さまざまな形で中核的な定義を取り扱います．選びぬいた定理と証明について詳細な議論を行い，時にはそれを利用して授業の別の機会で役立ちそうな戦略やスキルを提示したり，直観に反する結果を引き出し，説明したりもするでしょう．章の最後では，さらに関連する定理を紹介します．これらについて詳細な議論は行いませんが，読者は実りある考え方をするよう促され，これらを組み合わせて首尾一貫した理論を組み立てる方法を理解するでしょう．

全体としてこの本は，学生が講義や本で解析を学ぶ際にどうすればそれを理解できるか，という点に注目しています．問題の解き方や証明を構築する方法ではなく，定義や定理や証明を理解するための戦略を重視しているのです．このようなアプローチをとると，気分を害する数学者もいることでしょう．多くの数学者は，アイディアや議論を自力で構築することに何よりも高い価値を認めているからです．しかし，私にとって明白なことが 3 つあります．1 つ目は，多くの学生が最小限の理解しかせずに，膨大な量のテキストを暗記して解析の授業を切り抜けていることです．これがひどい状況だという理由はいろいろとありますが，その 1 つとして，そのような学生の中には教師となる人もいるであろうことが挙げられます．高等数学なんて意味がないと数学の教師が考えているような世界で，生きていきたいとは思いません．私たちは数学教師に解析のような分野をゼロから作り上げることは求めませんが，主要なアイディアを理解し，巧妙な議論を楽しみ，自分の生徒たちにもっと高度な勉強を続けたいと思わせるような教師であってほしいのです．2 つ目は，大成する多くの学生も最初のうちは大変な苦労をしているということです．これは彼らにとって良いことだ，できる人間にとっては結果を出すのに苦労したほうが長い

目で見れば報われる，という人もいます．私も基本的にはこの意見に賛成ですが，その対象範囲については現実的になるべきだと思うのです．大多数の人が意味のある結果を残せないほど大きな苦労をさせるのは，バランスが悪いと思います．最後は，大部分の数学の講義は，単なる講義でしかないということです．講義の細部まですべて理解できる学生は，ほんの少数です．教育の最終的な目的が何であれ，学生たちにとって大事なのは文字として書かれた数学を理解することです．平均的な学生でも少なくともある程度はこのタスクを行えますが，そのやり方についてはあまりよく知らないということが，研究によって示されています．その問題に正面から取り組んだのがこの本です．解析についてまだあまり知識はないが勉強しようという意欲のある学生たちに向けてこの本を執筆しました．

この本のような著作物は，数学教育と心理学の数多くの研究者による成果なしには存在しなかったことでしょう．特に，3 章の自己説明トレーニングは Mark Hodds および Matthew Inglis と協力して開発されたものであり([1] を参照してください)，[2]，[3]，[4] をはじめ，参考文献一覧に掲載された数多くの論文著者によるアカデミック・リーディングについての先行研究に基づいたものです．このトレーニングの PDF 版は，講師向けの手引きを含め，⟨http://setmath.lboro.ac.uk⟩ から(クリエイティブ・コモンズ・ライセンスに基づいて)無料で入手可能です．

友人の Heather Cowling，Ant Edwards，Sara Humphries，Matthew Inglis，Ian Jones，Chris Sangwin，David Sirl に心から感謝いたします．彼らはみな親切に，さまざまな章の草稿に意見を出してくれました．Chris Sangwin はコッホ雪片の図を作ってもくれました．またこの本の原案をじっくり読んで有益な提案をしてくださった方々，そして Keith Mansfield，Clare Charles，Richard Hutchinson，Viki Mortimer を始めとした Oxford University Press の皆様方にも感謝いたします．彼らの快い真面目な仕事ぶりは，本作りの中の実務的な作業を喜びに変えてくれました．最後になりましたが，この本を David Fowler 先生と Bob Burn 先生，そして Alan Robinson 先生に捧げます．David Fowler 先生は私を解析に導き，いつでも目を輝かせながら指導してくださいました．Bob Burn 先生の著書 [5] は，私の学びと教えの両方に大きな影響を与えています．そして Alan Robinson 先生は私の修士課程での指導教官であり，がんばれば教科書を書くというすばらしい未来が待っていると(さまざまな機会

に)諭してくださいました．私は先生の言葉に従って，がんばりました．そして学部生向けに数学の本を書くことは，私にとってとても楽しいことだとわかったのです．

目　次

記号一覧

記号	意味	解説
$\mathbb{N}$	自然数全体の集合	1 章
$\forall$	すべての～について	1 章
$\exists$	～が存在する	1 章
max	最大値	1 章
$\{N_1, N_2\}$	数 N_1 および N_2 からなる集合	1 章
s.t.	～となるような…	2.2
$\mathbb{R}$	実数全体の集合	2.2
$\in$	～に属する，あるいは ～の要素である	2.2
$f: X \to \mathbb{R}$	X から $\mathbb{R}$ への関数 f	2.4
$\notin$	～に属さない，あるいは ～の要素でない	2.5
$\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 3\}$	$x^2 < 3$ であるようなすべての実数 x からなる集合	2.6
$[a, b]$	閉区間	2.7
(a, b)	開区間	2.7
$\Rightarrow$	…ならば～	2.10
$\Leftrightarrow$	…は～と同値である，あるいは…であるための必要十分条件は～	2.10
$\subseteq$	…は～の部分集合	3.2
$X \cup Y$	X と Y の和集合	3.2
(a_n)	一般の数列	5.2
ε	イプシロン(ギリシャ文字)	5.5
$\to$	～に収束する	5.7
$\lim_{n\to\infty} a_n$	n が無限大に近づくときの a_n の極限	5.7

∞	無限大	5.7
Σ	シグマ(和を示すために使われるギリシャ文字)	6.2
$\mathbb{Z}$	整数全体の集合	7.3
δ	デルタ(ギリシャ文字)	7.4
$\lim_{x \to a} f(x)$	x が a に近づくときの $f(x)$ の極限	7.10
$x \to 0^+$	x が上からゼロに近づく	8.5
$T_n[f, a]$	a における f の n 次のテイラー多項式	8.7
$f^{(n)}(a)$	a における f の n 次導関数	8.7
$U(f; P)$	P に関する f の過剰和	9.4
$L(f; P)$	P に関する f の不足和	9.4
$\mathbb{Q}$	有理数全体の集合	10.2
$2 \mid p$	2 は p を割り切る	10.3
$\mathbb{R} \backslash \{0\}$	0 でない実数全体の集合	10.4
sup	上限	10.5
inf	下限	10.5
$\mathbb{C}$	複素数全体の集合	10.6

はじめに

この短い導入部では，この本のねらいと構造を述べ，この本でカバーする範囲と，この本と典型的な学部生向けの解析の授業との関係を説明します．

解析は難しい科目です．エレガントであり，クレバーであり，学びがいもあるのですが，難しいのです．そのように言う人は，名高い数学者を含め，大勢います．あなたの講師[*1]に聞いてみれば，彼らの大部分も解析はすばらしいと今は思っていても最初はそれに苦労したことがわかるはずです．この本に書いてあるのは，それを簡単にする方法ではありません．そんなことは不可能でしょう．日常生活やこれまでの数学では出会ったこともないほど，基本的な定義が論理的に複雑だからです．ですから解析を学ぶすべての学生は，これまでよりもはるかに高度な論理的推論に対する要求に直面することになります．この本に書いてあるのは，これらの定義とそれに関連する定理や証明の詳細で綿密な説明です．典型的な解析のテキストと比べて，基本にかなり注意して書かれていますし，数学的概念だけでなくそれらについての考え方を学ぶ際の心理学的な問題についても説明しています．また，よくある間違いや誤解，混乱の原因も指摘します．これらの中には解析という科目の性質上おそらく避けられないものもありますし，学生たちがこれまでの数学的経験から過度に一般化することによって生じるものもあります．さらに，解析の定式的理論の一部の側面が学生たちの目には奇妙に見えても，正しい方向で考えれば理解できる理由を説明します．

---

*1　私の職場のある英国では，学部生に教える人はみな講師(lecturer)と呼ばれます．どの国でもそう呼ばれるわけではありません．例えば米国では，だれもが「教授」と呼ばれます．でもこの本では，「講師」と呼ぶことにします．

このようなことを深く掘り下げていくため，この本で提供する内容はあまり多くありません．この本の内容よりも多くのことを，あなたは初期の解析の授業できっと学ぶことになるでしょう．しかし基本を詳細に学ぶことによって獲得したスキルは授業を受ける際にも役立ちますし，より高度な内容に取り組むためのしっかりとした土台を提供してくれるはずです．

このことを念頭に置きながら，第 I 部ではもっぱら高等純粋数学を学ぶためのスキルと戦略に焦点を絞ります．その取り扱いは前著 [6] で行ったものと比べてより凝縮されたものになっているので，学部生向けの数学に不慣れな（あるいは米国スタイルの教育システムでは，上級レベルの数学に不慣れな）学生は，より広範囲で一般的な手引きとして，先に [6] を読むのが良いかもしれません．この本は，特に解析に焦点を絞っているからです．図版はすべて解析に関連したものですし，数学理論の構造に関する詳細な情報と，証明の学び方に関する研究に基づくアドバイスがこの本には含まれています．私としては，すべての読者に（学部生向けの数学に多少の経験がある人にも）第 I 部から読み始めることをお勧めします．そこに含まれるアドバイスは，この本全体にわたって触れることになるからです．

第 II 部では，数列，級数，連続性，微分可能性，積分可能性，実数という 6 つの分野の中身に焦点を絞ります．あなたにとってどの分野が重要かは，あなたの教育機関での解析の授業に応じて変わってくるでしょう．一部の教育機関では数列や級数から学び始め，その後 1 つ以上の授業で連続性，微分可能性，積分可能性を受講することになります．しかし，これらの話題から学び始め（例えばこれまでの微積分の授業に出てきたアイディアを復習しながら），それらを解析の概念と関連づけていく教育機関もあります．実数に関する考察は数列や級数に含まれるかもしれませんし，基礎の授業や，数論もしくは抽象代数の授業のどこかで取り扱うことになるかもしれません．第 II 部の各章では，最初にその内容の概略を説明しますから，読者はそれを自分の授業のシラバスと見比べて，どの部分をいつ読めばよいか決めることができるでしょう．

しかし，解析を勉強し始める前，学部生向けの専門課程や上級レベルの授業が始まる前の夏休みに，この本全体を読み通しておくのも良いかもしれません．そんな場合にも役立つように，まだ解析の勉強を始めていない人に語りかけるようにこの本を書きました．しかしこの本は，もう解析の授業を受け始めていて，理解に困難を感じている学生にも役立つだろうと思います．試験の準

備を始めてから読み始めても，間に合うかもしれません．

本題に入る前に，1 つ大事なことを注意しておきましょう．この本全体を読み終わるには，それなりの時間がかかるはずです．だれでもこの本の一部は速く読むことができるでしょうが，この本は全体として読者に深く考えることを要求していますし，またそういう本を読み通すには，途中でときどき立ち止まることが必要になってくるからです．これに関する私のアドバイスは，戦略的な読み方をすることです．すべての節に目を通し，もしどこかでつまずいても気にせず，そこに付箋を貼りつけて次の節，あるいは次の章へ進むようにしてください．どの章にも，程度の差はありますが難しい内容は含まれますから，このようにすればまた先へ進めるはずですし，後で戻ってくることもできるからです．

第Ⅰ部

解析の学び方

この本の第 I 部では，解析を学ぶ際に役立つ考え方と勉強法について述べます．非常に短い 1 章では，解析の講義資料がどんなものかを示し，このレベルの数学の記法と形式について初心者向けにコメントします．2 章では公理と定義，定理について説明し，抽象的な文を例や図と結びつける方法を示します．3 章では証明について述べます．数学理論がどのような構造になっているか説明し，論理的な主張の読み解き方について，研究に基づいた指針を提供します．4 章では，解析を学ぶ際の心構え，授業についていくにはどうすれば良いか，時間を無駄にしない学び方，そしてリソース（講義資料や同級生，講師や指導教員からのサポートなど）の活用方法について説明します．

1 解析とはどんなものか

この章では，解析における定義，定理，証明とはどんなものなのかを見ていきます．いくつかの記法を示し，解析では記号や言葉がどのように使われ，それらをどのように読むべきか説明します．またこの種の数学とこれまで学んできた数学的手順との違いを指摘し，講義で数学理論を学ぶことに関して初心者向けにコメントします．

解析はこれまでの数学とは違うものです．そのため，解析を理解するには新しい知識とスキルを磨くことが必要になります．この章では，次ページに示す典型的な講義資料の抜粋を使ってこれを説明します．いまはこの資料を理解できなくてもかまいません．そのために必要となるスキルを身につけてもらうことがこの本の目的ですし，ここに出てくる数列の収束については 5 章で説明するからです．しかし，解析が生やさしいものではないということは，はっきり言っておきましょう．ページをめくり，読めるだけ読んでみて，それから次に進んでください．

定義● $(a_n) \to a$ であることの必要十分条件は，

$\forall \varepsilon > 0\ \exists N \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall n > N$，$|a_n - a| < \varepsilon$ である．

定理■ $(a_n) \to a$ かつ $(b_n) \to b$ とする．このとき $(a_n b_n) \to ab$.

証明▶ $(a_n) \to a$ かつ $(b_n) \to b$ とする．

$\varepsilon > 0$ を任意に取る．

このとき $\exists N_1 \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall n > N_1$，$|a_n - a| < \dfrac{\varepsilon}{2|b|+1}$.

また，すべての収束数列は有界であるので (a_n) も有界．

よって $\exists M > 0$ s.t. $\forall n \in \mathbb{N}$，$|a_n| \leqq M$.

この M について，$\exists N_2 \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall n > N_2$，$|b_n - b| < \dfrac{\varepsilon}{2M}$.

$N = \max\{N_1, N_2\}$ とする．

このとき $\forall n > N$,

$$\begin{aligned}
|a_n b_n - ab| &= |a_n b_n - a_n b + a_n b - ab| \\
&\leqq |a_n(b_n - b)| + |b(a_n - a)| \\
&\qquad\qquad \text{三角不等式による} \\
&= |a_n||b_n - b| + |b||a_n - a| \\
&< \frac{M\varepsilon}{2M} + \frac{|b|\varepsilon}{2|b|+1} \\
&< \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.
\end{aligned}$$

したがって $(a_n b_n) \to ab$.

解析の講義資料は，どのページもこんな感じに見えることでしょう．見方によっては，これはわくわくすることです．高度な数学を学んでいるという実感がわいてきます．しかし別の見方をすると(たぶん想像できると思いますが)この資料をどう解釈すればよいかわからない学生にとっては，解析を理解することがまったく不可能だということにもなります．彼らにとっては，どのページも「ε」「$\mathbb{N}$」「$\forall$」「$\exists$」などの記号に埋めつくされた，まったく意味をなさないものに見えることでしょう．この本を最後まで読めば，このような資料を理解するための準備が整います．重要な構成要素を特定し，それらがどのように組み合わされて首尾一貫した理論を構成しているのかを把握し，そしてその理論を作り上げた数学者の知的業績を鑑賞できるようになるのです．ここでは，この文章の重要な注意点についていくつか触れておくにとどめたいと思います．

最初の注意点は，このような文章には大量の記号と略記法が含まれていることです．それらの意味を以下に示します．

(a_n)	一般の数列(普通は「エー・エヌ」と読みます)
$\to$	「～に近づく」または「～に収束する」
$\forall$	「すべての～について」または「任意の～について」
ε	イプシロン(ギリシャ文字で，本書では変数として使われます)
$\exists$	「～が存在する」
$\in$	「～に属する」または「～の要素である」
$\mathbb{N}$	自然数$(1, 2, 3, \ldots)$全体の集合
max	「(～の)最大値」
$\{N_1, N_2\}$	数 N_1 と N_2 からなる集合

このリストを見て，文章を理解することはできないかもしれませんが，少なくとも声に出して読むことはすぐにできるはずです．必要に応じてリストを参照しながら，試しに何行か声に出して読んでみてください．何回かやり直す必要があるかもしれませんが，かなり自然に読めるでしょう．そのわけは，数学者も文章を書いているからです．ですから，たとえガラクタのように見える記号や単語だらけのページであっても，普通の文章と同じように声に出して読むことができるのです．そのような資料を流暢(りゅうちょう)に読むのは最初は難しいかもしれませんが，流暢に読めるようになるまでがんばってください．記号の意味を思

い出すためにエネルギーをすべて費やしてしまうと，内容を理解することができなくなってしまうからです．ですから，機会を見つけて練習するようにしてください．最初は少したどたどしく，不自然に感じられても問題ありません．数学を「話す」ことを講師[*1]だけに任せておかずに，自分でもできるようになることを目指してください．

記号の話が出たので，この本での記号の使い方についても触れておきましょう．記号は，略記法として役立ちます．数学的なアイディアを，圧縮された形式で表現することができるようになります．ですから，私は記号が好きです．でも，どの講師も同じように考えているわけではありません．新しい記号を覚えることによって学生の精神的な余裕が奪われてしまい，そのために新しい概念の理解が進まなくなる，と心配する人もいます．そのような講師はなるべく記号を使わずに，すべて言葉で表現することを好みます．もちろん，彼らが間違っているわけではありません．新しい記号に慣れるには，多少の時間がかかるからです．しかし，それは記号を使い始める際にはいつでもあることで，それほど数が多いわけでもないし，早いうちにマスターしておく価値があると私は思うのです．ですから，私はすぐに記号を使い始めます．これが最善のアプローチだという証拠が示せればよいのですが，証拠はありません．単なる個人的な好みです．この本の中で使われる記号のリストは，xiii ページの「記号一覧」に示してあります．

先ほどの講義資料について注意してほしい点の 2 つ目は，定義や定理，そして証明が含まれていることです．ここでの定義は，数列が極限値へ収束する，ということの意味を述べています．この時点では，まったく理解できなかったかもしれません．でも，それについては 5 章で詳しく説明するので，心配しないでください．ここでの定理は，2 つの収束する数列の各項を掛け合わせて得られる新しい数列について述べた，一般的な主張です．多分このことは理解できるでしょうし，この定理はもっともなことを言っていると思えるかもしれません．証明とは，定理が真であることを示す議論[*2]です．この議論には，収束の定義が利用されます．定義に用いられたのと同じ記号列が証

*1　「はじめに」でも説明しましたが，英国では学部生に授業をする人はみな「講師」と呼ばれます．

*2　数学者が「議論」という言葉を使うとき，それは 2 人の間の口喧嘩を意味するのではなく，論理的に正しい一連の推論のことを意味します．日常生活の中でも，「それはあまり説得力のある議論じゃないね」などというときには，議論という言葉をその意味で使っています．

明の中でも再び使われていることに注意してください．この証明は，最初に 2 つの数列 (a_n) と (b_n) が定義を満たしていると仮定し，最後に結論として数列 (a_nb_n) もまた定義を満たすことを示しています．この議論の組み立て方を正確に理解するには多少の思考力が必要となりますが，この本ではそのレベルの構造を探し出す方法を学んでいきますし，5.10 節でもう一度この証明について触れます．

この講義資料には，従うべき手順が含まれていません．これに気づくことは，非常に重要です．これまでの数学で，手順に従うことばかり学んできた学生は，なかなかこれに気づきません．そのような学生は，いつでも手順を探し求めます．手順があまり見つからないと当惑し，そこに書かれている意味をくみ取ることができなくなってしまうのです．解析は(その意味では大部分の学部生向け純粋数学も)理論，つまり証明と呼ばれる正当な論理的議論によって結びつけられた一般的な結論のネットワークとして，理解できます(3 章，特に 3.2 節を参照してください)．証明は，対応する定理の前提を満たすすべての対象物について有効なので(2.7 節を参照してください)，特定の対象物に繰り返し適用できます．しかし，解析では計算を何度も行うことは重視されません．解析で重視されるのは理論であり，定理と証明，そしてこれらについての考え方こそが理解すべきものなのです．

最後に知っておいてもらいたいことは，この理解を深めていく責任はあなた自身にある，ということです．もちろん，あなたには解析の講師がいるでしょうし，もしかすると少人数指導してくれるチューターやティーチング・アシスタントなどと呼ばれる大学院生がいるかもしれません．彼らは最善を尽くしてあなたの学習をサポートしてくれるでしょうが，あなたは一人一人に注意が行き届かない大人数の講義を少なくともある程度の時間は受けることになるでしょうし，新しい題材を部分的にしか理解できないまま多くの講義を終えることになるでしょう．ですから，あなたは自分が理解できるまで頭を絞って考え抜くことが必要になるのです．この本は，その助けになるようにデザインされています．次の章では，数学理論がどんなものから構成されているか見ていきましょう．

2 公理，定義，定理

この章では，公理，定義，定理という数学理論のビルディングブロック（構成要素）について説明します．これらの典型的な論理的構造について解説し，それらを実例や図と結びつけるための戦略を示します．ロルの定理と「上に有界」の定義を使ってこの戦略を説明し，図の有用性と限界について一般論を述べます．最後に反例について，および定理とその逆との違いを認識することの重要性について考えます．

2.1 数学の構成要素

解析のような数学理論の主な構成要素は，公理，定義，定理，証明です．この章では，このうち最初の 3 つを取り上げます．証明については別個に 3 章で取り上げますが，たとえあなたがすでに解析の講義を受け始めていて，主に証明に関して困難を感じていたとしても，この章から読み始めることをお勧めします．証明に関する困難の少なくとも一部は，関連する公理や定義や定理を完全には理解できていないか，あるいは証明をこれらと結びつける方法を完全には理解できていないことに起因するからです．

解析の公理や定義や定理の多くは図を用いて表現できますが，人によって図の使い方には差があります．私は，図が抽象的情報の理解に役立つと思っているので，図が好きです．ですから私はこの本でも図をたくさん使いますし，この章では図を利用して具体例や一般例を表現する方法について説明していきます．また図の限界についても注意を促しますし，最初に思いつく例を超えて考えることの大事さについても触れる予定です．私の前著 [6] を読んだ人なら，この章に書いてあることには見覚えがあるはずです．ここでの議論はより

短く，解析に特化したものになっています．

2.2 公　理

公理とは，数学者たちが一致して真実とみなす文です．公理は，定理を作り出す土台となります．解析では，公理は数，数列，関数などに関する直観的な概念を捉えるためのものなので，たいていのものはあなたもこれまでの経験から真実として受け入れられるでしょう．公理の中には，例えば次のようなものがあります．

$$\forall a,\, b \in \mathbb{R}, \quad a+b=b+a;$$

$$\exists 0 \in \mathbb{R} \ \text{ s.t. } \forall a \in \mathbb{R}, \quad a+0=a=0+a.$$

声に出して読むことを，忘れずに練習してください．ここで使われている記号と略語を以下に示します．

$\forall$	「すべての～について」または「任意の～について」
$\in$	「～に属する」または「～の要素である」
$\mathbb{R}$	実数全体の集合(単に「アール」と読むことも多い)
$\exists$	「～が存在する」
s.t.	「～が成り立つような」(読まないことも多い)

ですから，例えば

$$\forall a,\, b \in \mathbb{R}, \quad a+b=b+a$$

は，次のように読みます．

「すべての実数 a, b について，a プラス b イコール b プラス a.」

名前のついた公理の場合，以下のようにその名前が前後にカッコ書きされていることもあります．

$$\forall a,\, b \in \mathbb{R}, \quad a+b=b+a \qquad \text{[加法の交換法則]}$$

$$\exists 0 \in \mathbb{R} \text{ s.t. } \forall a \in \mathbb{R}, \quad a+0=a=0+a \quad \text{[加法の単位元の存在]}$$

これらの公理を見て，「交換法則」や「加法の単位元」の意味を推測できる