

物理入門コースについて

理工系の学生諸君にとって物理学は欠くことのできない基礎科目の1つである。諸君が理学系あるいは工学系のどんな専門へ将来進むにしても、その基礎は必ず物理学と深くかかわりあっているからである。専門の学習が忙しくなってからこのことに気づき、改めて物理学を自習しようと思っても、満足のゆく理解はなかなかえられないものである。やはり大学1~2年のうちに物理学の基本をしっかりと身につけておく必要がある。

その場合、第一に大切なのは、諸君の積極的な学習意欲である。しかしました、物理学の基本とは何であるか、それをどんな方法で習得すればよいかを諸君に教えてくれる良いガイドが必要なことも明らかである。この「物理入門コース」は、まさにそのようなガイドの役を果すべく企画・編集されたものであって、在来のテキストとはそうとう異なる編集方針がとられている。

物理学に関する重要な学科目のなかで、力学と電磁気学はすべての土台になるものであるため、多くの大学で早い時期に履修されている。しかし、たとえば流体力学は選択的に学ばれことが多いであろうし、学生諸君が自主的に学ぶのもよいと思われる。また、量子力学や相対性理論も大学2年程度の学力で読むことができるしっかりした参考書が望まれている。

編者はこのような観点から物理学の基本的な科目をえらんで、「物理入門コ

ース」を編纂した。このコースは『力学』、『解析力学』、『電磁気学 I, II』、『量子力学 I, II』、『熱・統計力学』、『弾性体と流体』、『相対性理論』および『物理のための数学』の8科目全10巻で構成されている。このすべてが大学の1,2年の教科目に入っているわけではないが、各科目はそれぞれ独立に勉強でき、大学1年あるいは2年程度の学力で読めるようにかれている。

物理学のテキストには多数の公式や事実がならんでいることが多く、学生諸君は期末試験の直前にそれを丸暗記しようとするのが普通ではないだろうか。しかし、これでは物理学の基本を身につけるどころか、むしろ物理嫌いになるのが当然というべきである。このシリーズの読者にとっていちばん大切なことは、公式や事実の暗記ではなくて、ものごとの本筋をとらえる能力の習得であると私たちは考えているのである。

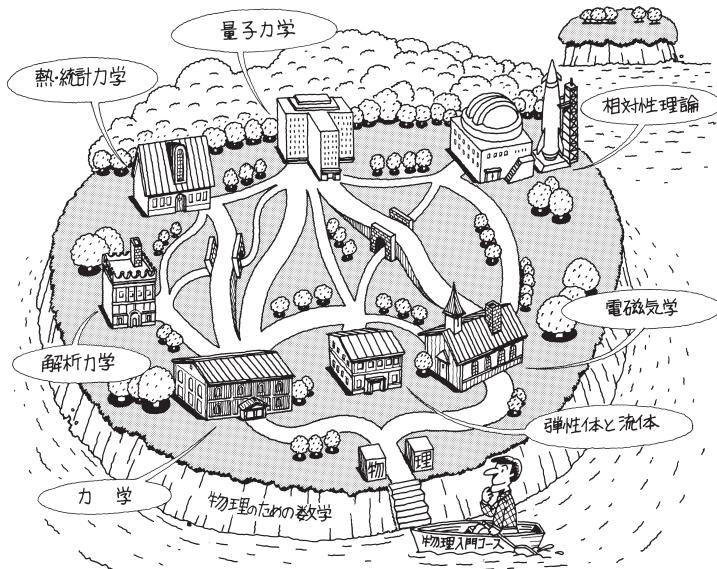
物理学は、ものごとのもとには少数の基本的な事実があり、それらが従う少數の基本的な法則があるにちがいないと考えて、これを求めてきた。こうして明らかにされた基本的な事実や法則は、ぜひとも諸君に理解してもらう必要がある。このような基礎的な理解のうえに立って、ものごとの本筋を諸君みずから努力でたぐってゆくのが「物理的に考える」という言葉の意味である。

物理学にかぎらず科学のどの分野も、ものごとの本筋を求めているにはちがないけれども、物理学は比較的に早くから発展し、基礎的な部分が煮つめられてきたので、1つのモデル・ケースと見なすことができる。したがって、「物理的に考える」能力を習得することは、将来物理学を専攻しようとする諸君にとってばかりでなく、他の分野へ進む諸君にとっても大きなプラスになるわけである。

物理学の基礎的な概念には、時間、空間、力、圧力、熱、温度、光などのように、日常生活で何気なく使っているものが少なくない。日常わかったつもりで使っているこれらの概念にも、物理学は改めてややこしい定義をあたえ基本的な法則との関係をつける。このわずらわしさが、学生諸君を物理嫌いにするもう1つの原因であろう。しかし、基本的な事実と法則にもとづいてものごとの本筋をとらえようとするなら、たとえ日常的・感覚的にはわかりきったこと

であっても、いちいちその実験的根拠を明らかにし、基本法則との関係を問い合わせることが必要である。まして私たちの日常体験を超えた世界——たとえば原子内部——を扱う場合には、常識や直観と一見矛盾するような新しい概念さえ必要になる。物理学は実験と観測によって私たちの経験的世界をたえず拡大してゆくから、これにあわせてむしろ常識や直観の方を改変することが必要なのである。

このように、ものごとを「物理的に考える」ことは、けっして安易な作業ではないが、しかし、正しい方法をもってすれば習得が可能なのである。本コースの執筆者の先生方には、とり上げる素材ができるだけしばり、とり上げた内容はできるだけ入りやすく、わかりやすく叙述するようにお願いした。読者諸君は著者と一緒にになってものごとの本筋を追っていただきたい。そのことを通じておのずから「物理的に考える」能力を習得できるはずである。各巻は比較的小冊子であるが、他の本を参照することなく読めるように書かれていて、



決して単なる物理学のダイジェストではない。ぜひ熟読してほしい。

すでに述べたように、各科目は一応独立に読めるように配慮してあるから、必要に応じてこれから読んでもよい。しかし、一応の道しるべとして、相互関係をイラストの形で示しておく。

絵の手前から奥へ進む太い道は、一応オーソドックスとおもわれる進路を示している。細い道は関連する巻として併読するとよいことを意味する。たとえば、『弾性体と流体』は弾性体力学と流体力学を現代風にまとめた巻であるが、『電磁気学』における場の概念と関連があり、場の古典論として『相対性理論』と対比してみるとよいし、同じ巻の波動を論じた部分は『量子力学』の理解にも役立つ。また、どの巻も数学にふりまわされて物理を見失うことがないよう配慮しているが、『物理のための数学』の併読は極めて有益である。

この「物理入門コース」をまとめるにあたって、編者は全巻の原稿を読み、執筆者に種々注文をつけて再三改稿をお願いしたこともある。また、執筆者相互の意見、岩波書店編集部から絶えず示された見解も活用させていただいた。今後は読者諸君の意見もききながらなおいっそう改良を加えていきたい。

1982年8月

編者 戸田盛和
中嶋貞雄

「物理入門コース／演習」シリーズについて

このコースをさらによく理解していただくために、姉妹篇として「演習」シリーズを編集した。

- | | |
|--------------|----------------|
| 1. 例解 力学演習 | 4. 例解 熱・統計力学演習 |
| 2. 例解 電磁気学演習 | 5. 例解 物理数学演習 |
| 3. 例解 量子力学演習 | |

各巻ともこのコースの内容に沿って書かれており、わかりやすく、使いやすい演習書である。この演習シリーズによって、豊かな実力をつけられることを期待する。（1991年3月）

はじめに

本書は大学教養課程において力学をはじめて学習する人のための入門書あるいは参考書であって、のちに物理学科または物理を基礎とする理工系諸学科を専攻しようとする学生のために書かれたものである。

力学を学習する目的はいくつか挙げられる。

(i) 自然現象の中から法則を見出す物理学の方法を学ぶこと。力学は物理学の中で最初に成立した分野であり、物理学の方法がいちばんわかりやすい形で現われている。

(ii) 自然現象を数理的に扱うことを学ぶ。力学は最初に数式化された科学の分野であり、数理的な扱いを学びはじめるのに適している。

(iii) 力学で扱われる現象には、振動、波動などいろいろのものがあるが、これらは電気振動、電磁波などのように他の分野の現象あるいは法則の理解を助ける基礎として重要なものが多い。したがってこれらの基礎的なものを比較的に簡単な力学の現象について学ぶ必要がある。

本書ではこれらのすべてに留意するが、特に基礎的な現象を取り上げ、その物理的意味と数理的な扱いにポイントをおくことにする。

ニュートンは力学に確実な出発点、すなわち運動法則と万有引力の法則を与えると同時に、運動法則を運動方程式として表現し、具体的問題についてこれ

を解くのに極めて有効な微分学と積分学を創造した。微分学、積分学の発明がなかったら法則は的確に表現されず、したがって具体的問題を処理する方法も発展せず、その後の力学や諸科学および技術の発達はなかったであろう。

のことからもわかるように、物理学の法則と、これを具体的に解く方法は決して切り離して考えられるものではない。問題を解く数学的な方法が現象を理解し法則を確立する上で不可欠であることは多くの例によって知られている。数学的技法は単なる技術でなく、そのうらには重要な物理的意味がひそんでいることが多い。力学の学習においても、まず座標によって位置を表わす方法、微積分の方法などを各章ごとに学ぶことが必要である。さらに、この学習の過程を通して力学の全体的な理解を深めてほしいものである。個々の事柄の確実な学習と全体的で広い視野に立つ理解の両方を達成するように心掛けてほしい。

各章は力学的なテーマによって分けられているが、それと同時にそれぞれの章で新たな数学的事項が導入され、それが物理法則および物理概念と結びついでいる。この様子をまとめると次の表のようになる。これを絶えず振り返れば力学の道しるべとして役立つであろう。

章名	主な数学的事項など	主な物理概念など
1. 運動	座標、ベクトル	空間、時間
2. 運動の法則	微積分	力
3. 運動とエネルギー	スカラー積	エネルギー保存則
4. 惑星の運動と中心力	円錐曲線、極座標	万有引力
5. 角運動量	ベクトル積	角運動量保存則
6. 質点系の力学	多体系	重心と重心に関する運動の分離
7. 剛体の簡単な運動	慣性モーメント	球などの回転
8. 相対運動	座標変換	地球の自転の影響

本書の執筆にあたっては中嶋貞雄氏をはじめ、このコースの著者の諸先生から幾たびも懇切な御意見をいただき、また、岩波書店編集部の諸氏には一方ならぬお世話になった。これらの方々に厚くお礼を申し上げたい。

1982年9月

戸田盛和

目次

物理入門コースについて

はじめに

1 運動	1
1-1 空間と時間	2
1-2 速度	7
1-3 速度の積分	11
2 運動の法則	15
2-1 慣性(運動の第1法則)	16
2-2 運動法則(運動の第2法則)	18
2-3 作用・反作用の法則(運動の第3法則)	23
2-4 運動量と力積	26
3 運動とエネルギー	29
3-1 直線上の運動	30
3-2 斜面に沿う運動	34
3-3 単振動	37
3-4 1次元の運動とエネルギー	43

3-5	2次元の運動	52
3-6	円運動	57
3-7	2つの単振動の組み合わせ	62
3-8	仕事と運動エネルギー	64
3-9	力のポテンシャルとエネルギーの保存	71
4	惑星の運動と中心力	79
4-1	ケプラーの法則	80
4-2	円・橢円・放物線・双曲線	85
4-3	中心力と平面極座標	91
4-4	ケプラーの法則から太陽の引力を導くこと	97
4-5	太陽の引力から惑星の運動を導くこと	101
4-6	惑星の位置の時間変化	109
4-7	球形の物体によるポテンシャル	112
4-8	クーロン力による散乱	120
5	角運動量	125
5-1	角運動量と力のモーメント	126
5-2	角運動量ベクトル	129
5-3	ベクトル積	131
6	質点系の力学	143
6-1	運動量保存の法則	144
6-2	2体問題	148
6-3	運動エネルギー	155
6-4	角運動量	156
7	剛体の簡単な運動	163
7-1	剛体の運動方程式	164
7-2	固定軸をもつ剛体の運動	166

7-3 剛体の慣性モーメント	170
7-4 コマの歳差運動	184
8 相対運動	189
8-1 回転しない座標系	190
8-2 重心系と実験室系	192
8-3 座標変換	196
8-4 回転座標系	208
8-5 角速度ベクトル(回転ベクトル)	212
8-6 運動座標系に対する運動方程式	215
8-7 地球表面近くでの運動	219
さらに勉強するために	229
問題略解	231
索引	239

コーヒー・ブレイク

デカルトと座標	6
ニュートン	17
質量	19
ガリレイ	33
仕事とエネルギーの単位	66
コペルニクスとケプラー	84
人工衛星	108
地球から脱出するには	116
永久機関	136
潮汐と地球の自転	154
猫の宙返り	176
低気圧	227

1

運動

球を投げたり、机を動かしたり、われわれは物体の運動を常に体験している。電車や自動車の速い運動、飛行機などの高いところの運動も日常よく目にしている。速さもさまざまであるし、運動のおこなわれる空間も地表にかぎらず地球の外にも広がっている。昔、ガリレイは地表における落体などの運動を明白に理解する道をひらき、ニュートンは火星においても同じ力学の法則が成り立つと信じた。運動の力学はこうして出発したのである。

1-1 空間と時間

球を上に向かって投げれば、 しだいに速さがおそくなつて、 ついには落下はじめ、 やがて地上に落下する。 何度くりかえしても同じような運動が見られ、 球は下向きの力(重力)を受けていることがわかる。 球は重力のほかにも空気のために抵抗力を受け、 またバットで打てば急に運動が変化する。 このように運動が力によってどのように変化するかを扱うのが力学である。

運動は空間の中でおこなわれ、 運動している間に時間が経過する。 このように空間と時間に対し、 われわれはある種の直観をもっている。 この感覚によれば、 空間は例えば部屋の中や机の上のように、 位置を指定できる‘ひろがり’である。 ものさしや、 簡単な測量器具などを使って得られる空間に関する知識は、 紀元前3世紀ころにまとめられ、 これは今日ユークリッド幾何学とよばれてい。 そして、 この意味での空間をユークリッド空間という。 これ以後、 空間は数学的に記述されるようになった。

他方で、 時間は太陽のみかけの位置や時計などによって数量的に測ることができる量であり、 われわれの直観では、 時間は空間と無関係に‘経過する(流れる)’。

17世紀のはじめにガリレイ(Galileo Galilei)は、 このような空間と時間の概念を用いて落体(空間を落下する物体)、 放物体(空間に放り投げられた物体)などの具体的な運動を調べ、 大きな成功を収めた。

落体を下方へ加速するのは地球の引力である。 月がなぜ落ちてこないかについては後に学ぶが、 月は地球の引力を受けて絶えず運動の向きを変え、 そのために地球のまわりを回っている。 このように物体の間に力が作用すると運動に変化が生じる。 運動の変化と力との関係をまとめて、 ニュートン(Isaac Newton)は力学をつくり上げた。 ニュートンはこのとき、 われわれのまわりのひろがりとしての空間から、 太陽系を含むひろがりとしての大きな空間へ拡張をおこなっている。 ニュートンの主著『プリンキピア』は1687年に出版された。

地表での小規模の運動は地面を基準にして測った空間で記述すればよく、また地球の自転や公転、あるいは月や惑星の運動を扱うときには、遠くの星(恒星)に対する運動を表わす空間を考えればよい。このようなユークリッド空間と、空間とは独立に流れる時間を用いるのがニュートン力学、あるいは古典力学(classical mechanics)の立場である。この力学の成功により、ガリレイ-ニュートン的な空間と時間の概念は実在の物理的空間・時間のモデルとして、少なくとも極めてよい近似において、正しいことが示された。長い間、古典力学は厳密に正しいとさえ思われた。

ところが 19 世紀末から 20 世紀始めにかけて、電磁気現象にガリレイ-ニュートン的な時間空間の概念を適用すると事実と合わない場合があることが明らかにされた。ことに光の速さに関して明白な不一致が認められた。これがきっかけになってアインシュタイン(Albert Einstein)の相対性原理が提出され、空間と時間とは無関係でないことがはっきりした。これは、ガリレイ-ニュートン的な時間空間とはまったく異なる。しかし光の速さに比べてはるかにおそい運動に対しては、ニュートン力学は正しいとみなしてよく、その時間空間の概念も妥当なものとみなされる。この巻ではガリレイ-ニュートンの立場で力学を扱うこととする。

位置 実験室の中で小さな球の運動(motion)を調べるような場合、空間における球の位置を時々刻々明示すれば、運動の完全な記録が得られる。そこでまず、物体の位置(position)を記述することからはじめよう。

いちばん簡単な運動は自由落体のように一直線上を運動する場合である。この場合は、例えば物体が落下をはじめる点から鉛直下方に測った距離で物体の位置を明示することができる。このように一直線上的運動では、適当にとった点(原点 origin)から一定の向きに測った距離(時間によって変わる)という 1 つの変数で物体の位置を指定できるので、これを**1 次元の運動**という。

球が机の上を運動する場合には、例えば方眼紙を机上に張って、その一隅を原点にとり、方眼紙上の縦横の目の数をかぞえれば、その物体の位置を指定することができる。この場合は 2 つの変数によって位置が指定されるので、その

空間は 2 次元である。

部屋の中の勝手な位置を明示するには、例えば床からの高さと、2 つの直交する壁面までの距離と、合わせて 3 つの変数を指定すればよい。このようにわれわれの知覚する空間は 3 次元である。

座標系 1 点(例えば部屋の隅)を原点に選び、ここを通ってたがいに直交する 3 つの直線(例えば床の 2 辺と上下方向)を考えた場合、これらの直線を**座標軸**という。図 1-1 に示したように、空間の 1 点 P はここを通って座標軸に平行に引いた直線と、座標軸とでつくられる立方体の 3 種の長さ(x, y, z)によって指定される。このような 3 つの変数の組(x, y, z)を点 P の**座標**(coordinate)という。逆に 3 個の実数(x, y, z)を与えるとこれらを座標とする 1 点 P が定まるので、このことを $P(x, y, z)$ で表わす。座標軸 x, y, z の組を**座標系**(system of coordinates)という。ふつうは右手の指を図 1-2 のように広げたときに、親指、人さし指、中指がそれぞれさす向きの関係が x 軸、 y 軸、 z 軸の向きの関係と一致する座標系を用い、これを**右手座標系(右手系 right-handed system)**という。同様に左手系を用いることもできるが、この巻ではもっぱら右手系だけを使うこととする。

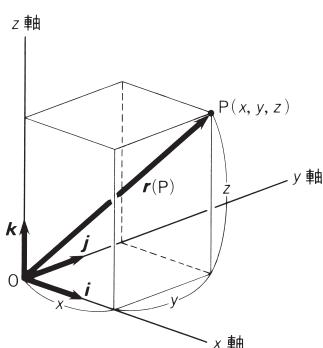


図 1-1 直交座標系と位置ベクトル。

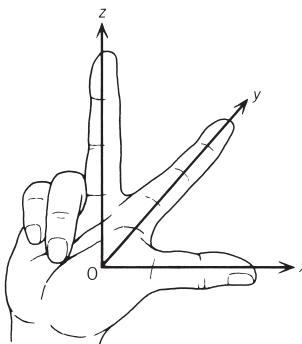


図 1-2 右手座標系。

位置ベクトル 1 つの点 P を指定するのに x, y, z という 3 つの座標を用いる代りに、原点 O から点 P へ引いた矢印によって点 P の位置を表わすことが

できる。そこで原点Oから点Pへ引いた矢印を点Pの位置ベクトルという。点Pの位置ベクトルは太文字を使って $\mathbf{r}(P)$ あるいは \mathbf{r} で表わし、また点Pの座標が x, y, z であることを表わすため

$$\mathbf{r} = (x, y, z) \quad (1.1)$$

と書く。この意味で、点Pの座標 x, y, z は位置ベクトル \mathbf{r} の成分(component)と呼ばれる。太文字を使うかわりに矢印を用いて \vec{r} と書くこともある。また \vec{r} と同じ意味で、原点Oと点Pの記号をそのまま用いて、 \vec{OP} と書くこともある。

のちに学ぶように、速度は、矢印の向きが運動の向きをさし、長さが速さを表わす矢印で表現される。このように大きさと向きをもった量を一般にベクトル(vector)，あるいはベクトル量という。ベクトルは矢印で表わすことができる。

位置ベクトル \mathbf{r} はその成分を縦に書き並べて

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

と表わすこともできる。のちにわかるように、(1.2)の表わし方はベクトルを用いた計算にたいへん便利である。

長さや時間などのように、大きさだけをもち、方向には関係しない量をスカラー(scalar)，あるいはスカラー量という。質量、エネルギーなどもスカラー量である。

x 軸、 y 軸、 z 軸に沿って単位長さのベクトルを考え、これらをそれぞれ \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} で表わせば、位置ベクトル \mathbf{r} は

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk \quad (1.3)$$

で表わされる。 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は座標系の基本ベクトルとよばれる。これらはたがいに直交し、直交基底をつくるという。

原点から点 $P(x, y, z)$ までの距離はピタゴラスの定理により $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ である。これを

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = r \quad (1.4)$$

と書き、ベクトル r の絶対値という。

問 題

1. 平面上の位置を表わすいろいろな方法を考えよ.
2. 異なる2点 A, B の位置ベクトルを \mathbf{a}, \mathbf{b} とする. λ を任意の定数とするとき, ベクトル

$$\mathbf{r} = \mathbf{b} + \lambda(\mathbf{a} - \mathbf{b})$$

あるいは

$$\mathbf{r} = \lambda\mathbf{a} + (1 - \lambda)\mathbf{b}$$

で表わされる点は, 点 A と点 B を結ぶ直線上にあることを示せ.

デカルトと座標



1 つの直線上である方向を正, 逆方向を負として原点からの距離に符号をつけ, これを座標という. デカルト (René Descartes, 1596–1650) は座標の考えを導入して幾何学と代数学を結びつけ現代数学発展の機縁をつくったので, 解析幾何学の祖とされている. 直交直線座標系をデカルト座標系とい. デカルトはフランス貴族の家に生まれ, 1619 年にドナウ河近くで夜営中に解析幾何学の着想に達したといわれている. 俗事をさけるためオランダに移って研究, 著作に専念し, 『方法序説』を著した. これは正確には「諸科学における真理を探究し理性を正しく導くための序説」であり, この中で彼はすべてを疑ったうえで知識を合理的に再構成しなければならないと主張した. 神学的世界観をはなれたこの思想によりデカルトは近世哲学の祖ともよばれている. 1649 年クリスチナ女王に招かれてスウェーデンに行ったが, 寒さと過労のため翌年亡くなつた.

3. たがいに平行でない 2 つのベクトルを \mathbf{A}, \mathbf{B} とするとき

$$\mathbf{C} = a\mathbf{A} + b\mathbf{B} \quad (a, b \text{ は定数})$$

で与えられる点 \mathbf{C} は、ベクトル \mathbf{A} と \mathbf{B} が定める平面上にあることを示せ。

1-2 速度

一直線上を運動する物体の位置は、この直線上の 1 点 O(原点)を基準にした座標 x で表わされる。そして運動は、位置が時間 t とともに変わるもの $x=x(t)$ によって記述される(図 1-3)。時刻が t から $t+\Delta t$ に移る(Δt は時間の変化)間に物体の位置が x から $x+\Delta x$ (Δx は x の変化)に変わったとすると、 $\Delta x/\Delta t$ はこの間の平均の速度(mean velocity)である。ここで Δt を限りなく小さくした極限をとり、それを dx/dt と表わすと

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (1.5)$$

は時刻 t における(瞬間的な)速度を意味する。図 1-3 の $x-t$ グラフで、曲線 $x=x(t)$ のある点における接線の傾きがその時刻における速度を与えることがわかるだろう。 dx/dt (速度)を $x(t)$ の t に関する導関数(微係数)、あるいは t について微分したものであるという(微分したものと簡単に微分といふことも多い)。 $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ と書き、特に時間に関する微係数は \dot{x} のように・(ドットと読む)で表わすことが多い。

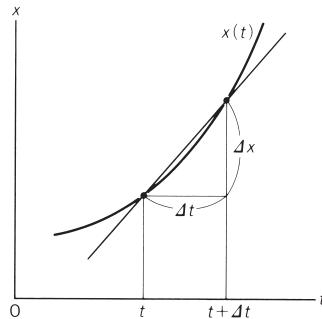


図 1-3 ある時刻 t における速度は $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ で与えられる。

例題 1 はじめ静止していた球が摩擦の小さな斜面を転がり落ちるとき、その距離は経過した時間 t の 2 乗に比例する(ガリレイの実験). 球の速さは時間 t に比例することを示せ.

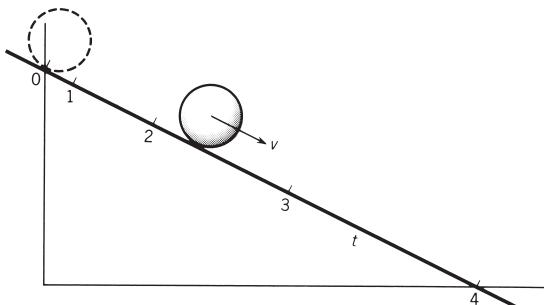


図 1-4 斜面を転がり落ちる球.

[解] a を定数(斜面の傾きに関係する)として、時間 t の間に落下した距離 x は

$$x(t) = at^2$$

時刻 $t + \Delta t$ においては

$$\begin{aligned} x(t + \Delta t) &= a(t + \Delta t)^2 = at^2 + 2at\Delta t + a(\Delta t)^2 \\ &= x(t) + 2at\Delta t + a(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

に達するから、時刻 t における瞬間的な速さは、(1.5)により

$$\begin{aligned} v &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2at + a\Delta t) = 2at \end{aligned}$$

となり、時間 t に比例する. 上の計算を微分記号を用いて表わせば $d(at^2)/dt = 2at$ を得る. □

変位と速度 はじめ $P(x, y, z)$ にあった物体が、微小時間 Δt の後に $Q(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ に移ったとする. それぞれの位置はベクトル記号で

$$\mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}(Q) = \begin{pmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ z + \Delta z \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

と書けるので、 x 座標、 y 座標、 z 座標の変化 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はまとめて

$$\Delta \mathbf{r} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

と書ける。 $\Delta \mathbf{r}$ は物体の位置の変化を表わすもので、 P から Q へ引いた矢印で表わすことができる。 $\Delta \mathbf{r}$ を P から Q への変位ベクトル (displacement vector), $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ をその成分という。

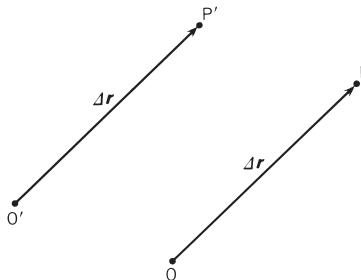


図 1-5 \overrightarrow{OP} と $\overrightarrow{O'P'}$ は変位 $\Delta \mathbf{r}$ としては同じである。

位置ベクトルが原点という特別な点から引いた矢印なのに対して、図 1-5 でわかるように変位ベクトルは向きと長さが同じならば、どの点から引いても同じだけの位置変化を表わすことに注意しなければならない。位置ベクトルはこの意味で束縛ベクトルであるといい、変位ベクトルは自由ベクトルであるという。

位置ベクトルを除けば、これから扱うベクトルは自由ベクトルが多いので、単にベクトルといえば自由ベクトルを意味することとし、ベクトルの矢印の出発点を特に指定する必要があるときは、これを明示することにする。

3 次元の場合も、1 次元の場合と同じように速度を定義する。すなわち Δt を限りなく小さくした極限

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d \mathbf{r}}{dt} \quad (1.8)$$

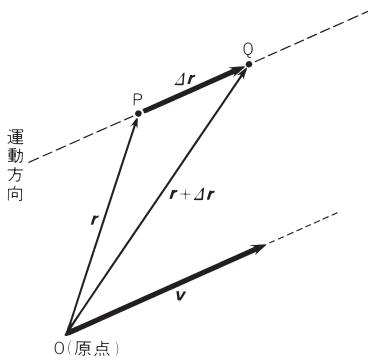


図 1-6 変位ベクトル $\Delta\mathbf{r}$ と速度ベクトル $\mathbf{v} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$ は平行に図示される。

を時刻 t における速度 (velocity) という。この式で $\Delta\mathbf{r}$ は(1.7)で表わされるベクトルである。したがって速度は

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

で表わされるベクトル (速度ベクトル) である。ただしここで

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1.9')$$

はそれぞれ速度の x 成分, y 成分, z 成分である。基本ベクトル (式(1.3)参照) を用いれば

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1.10)$$

となる。

直交座標系で速度ベクトルの成分を v_x, v_y, v_z とすればピタゴラスの定理により、速度ベクトルの大きさ (速さ) は

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1.11)$$

で与えられる。このように速度は、大きさ (速さ) とともに向きをもっているのでベクトルであるといつてもよい。

一般に、直交座標系における成分が a_x, a_y, a_z で与えられるベクトルの長さ (絶対値) を $|a|$ と書くと、ピタゴラスの定理により