

第1章 基本的な概念

1. 数の概念

数の概念および四則算法は既知と仮定する*. 初めのうちは実数のみを取扱うから一々ことわらない. 次の用語は周知である.

自然数 1, 2, 3 等. 物の順位または物の集合の個数を示すために用いられる.

整数 0, $\pm 1, \pm 2$ 等. 自然数は正の整数である.

有理数 0 および $\pm \frac{a}{b}$, ただし a, b は自然数. $b=1$ なるとき, それは整数である.

無理数 有理数以外の実数. 例えば

$$\sqrt{2}=1.4142135\dots,$$

$$e=2.718281828\dots,$$

$$\pi=3.1415926535\dots,$$

(ただし, それらが有理数でないことは証明を要する.)

十進法 実数を十進法で表わすことも周知である. 有理数を十進法で表わせば, 数字は有限か, または無限ならば循環小数になる. ただし, 有限位数の十進数を循環小数の形に表わすこともできる. 例えば $0.6=0.5999\dots$. 無理数を十進法で表わすならば, 無限の位数を要し, 数字は決して循環しない.

我々が十進法によって数を表わすに至ったのは, 手指の数にその原因があるのであろうが, 理論上は1以外の任意の自然数を基本として, 十進法と同様の方法によって, 数を表わすことができる.

特に二進法では, 数字は0と1とだけで足りる. 有理数を二進法で表わせば, 分母が2の巾**になるもののほかは, 循環二進数になる.

【例】
$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} = (0.101).$$
$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots = (0.100111\dots).$$
$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \dots = (0.101010\dots).$$

数の幾何学的表現 解析学では便宜上自由に幾何学の術語を流用する. 例えば座標法によって実数を直線上の点で表現する. その方法は周知である. 直線 XX' の上で, 0を表わす点 O は

* 附録(I)を参照.

** 巾は幕の仮字(和算の用例による).